

4. Runden und darstellen von Zahlen

4.1 Darstellung von Messwerten

Wichtig: Die Stellenanzahl von Messergebnissen soll die Genauigkeit der Messung erkennen lassen.

Signifikante Stellen

Die Anzeige von Mess-Systemen weist oftmals eine Anzeigegenauigkeit auf, die größer als die Messgenauigkeit ist. In den überzähligen Stellen steckt also keine verwertbare Information mehr. Nur die signifikanten (informationstragenden) Stellen sollten angegeben werden. Damit kann die Anzahl signifikanter Stellen bereits etwas über die Größenordnung der Unsicherheit bzw. des Fehlers aussagen.

Wird bei einer Längenmessung der Körpergröße eines Menschen angegeben:

$$L = 175,42918 \text{ cm,}$$

so ist klar zu erkennen, dass diese Angabe auf 1/100000 cm sinnlos ist.

(Längenmessungen auf 1/10 000 cm genau können nur mit dem Mikroskop erfolgen. Das Mikroskop eignet sich aber nur für Längenmessungen unter 1 cm.)

Solche Ergebnisse erhält man zum Beispiel bei der Division und/oder der Mittelwertbildung mit dem Taschenrechner oder mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.

Die Forderung nach einer bestimmten Anzahl von Dezimalstellen kann nur in Sonderfällen sinnvoll sein. Die Angabe einer Temperatur in °C auf 2 Dezimalstellen ist bei einer Messung mit üblichen Thermometern nicht sinnvoll. Die Angabe einer Temperaturdifferenz (immer in K) auf 2 Dezimalstellen kann jedoch sinnvoll sein, da sie ohne größeren Aufwand mit der zugehörigen Präzision gemessen werden kann.

Darstellungsregel

Bei der Angabe des Ergebnisses einer Messung soll die vorletzte Stelle als sicher und die letzte angegebene Stelle als unsicher (geschätzt) gelten. Beim Lineal, Maßband,... kann auf 1 mm genau abgelesen werden. Darunter muss geschätzt (freiem Auge) werden.

4.2 Runden von Zahlen

Bei der Dezimaldarstellung von Zahlen gibt es immer eine letzte Stelle, deren Ziffer sicher ist. Dies kann auch eine führende Null sein. Die Stelle rechts davon ist dann unsicher. Sie kann aber meist nicht jeden beliebigen Wert (Ziffer) annehmen. Sie trägt also noch eine gewisse Information. Diese Stelle muss daher in der Angabe des Wertes enthalten sein. Stellen, die jeden beliebigen Ziffernwert annehmen können, dürfen nicht angegeben werden. Die Darstellung einer Zahl in Zehnerpotenz-Schreibweise besteht aus Mantisse (vor der 10 bzw. dem E) und Exponent. Hier müssen die Rundungsregeln auf die Mantisse angewendet werden.

Rundungsregeln

Das Ergebnis soll auf n Stellen genau angegeben werden:

R1. Steht an der (n+1)-ten Stelle 0,1,2,3,4 so bleiben die Ziffern ab der n-ten Stelle wie sie sind (Abrunden)

R2. Steht an der (n+1)-ten Stelle 5,6,7,8,9 so wird die Ziffern an der n-ten Stelle um 1 erhöht (Aufrunden)

R3. Steht an der (n+1)-ten Stelle eine 5, so gelten folgende Regeln:

R3.1. Folgen rechts von der 5 noch weitere von Null verschiedene Ziffern, dann wird die Zahl links um 1 erhöht (aufgerundet)

R3.2. Ist die 5 durch Aufrunden entstanden, dann wird die links davon stehende Zahl nicht verändert.

R3.3. Ist die 5 durch Abrunden entstanden, dann wird aufgerundet.

Beispiele

z.B: Auf 2 Stellen (1-Dezimale) runden:

5,230 -> 5,2 (Abrunden nach R1)

5,260 -> 5,3 (Aufrunden nach R2)

5,251 -> 5,3 (Aufrunden nach R3.1)

5,250 -> 5,3 (Aufrunden nach R2)

(5,249 ->) 5,25 -> 5,2 (Abrunden nach R3.2)

(5,251 ->) 5,25 -> 5,3 (Aufrunden nach R3.3)

Tabellenkalkulationsprogramm

Wenn sie in einem Tabellenkalkulationsprogramm für die Darstellung von Zahlen eine bestimmte Anzahl von Nachkomma-Stellen eingeben, dann stellt das Programm diese Zahl richtig gerundet dar. In eigentliche Zahl bleibt unverändert.

Beispiel: geben Sie in eine Zelle den Wert 0.25 ein und formatieren sie auf 1-Nachkommestelle, dann erhalten sie 0.3. Geben sie in eine zweite Zelle 0.35 ein und formatieren Sie wieder auf 1 N.k.Stelle so sehen sie 0.4.

Wenn sie nun die beiden Zellen miteinander multiplizieren so würde man erwarten:

$$0.3 * 0.4 = 0.12$$

Man erhält natürlich: 0,0875.

Noch extremer: $0.05 * 0.05$ wird als 0.1 und 0.1 dargestellt. Damit wäre das Produkt 0.01; tatsächlich ist das Produkt aber 0.0025

Addition gerundeter Zahlen

Bei der Addition (und Subtraktion) werden alle angegebenen signifikanten Stellen zur Berechnung herangezogen. Das Rechenergebnis wird auf die Stellenzahl der Zahl mit den wenigsten Dezimalstellen gerundet.

Multiplikation gerundeter Zahlen

Bei der Multiplikation (und Division) werden alle angegebenen signifikanten Stellen zur Berechnung herangezogen. Das Rechenergebnis wird auf die Stellenzahl der Zahl mit den wenigsten signifikanten Stellen gerundet.

Runden bei Angaben zur Messunsicherheit

Bei einer Messung ist oft die Anzahl der ablesbaren Stellen größer als die Anzahl der sicheren Stellen. Der absolute Fehler einer Größe (hier wird oft noch der Begriff Fehler statt Messunsicherheit benutzt) wird manchmal so angegeben, dass er eine Dezimalstelle mehr als der zugehörige Messwert enthält. Diese Stelle soll zum Runden wichtig sein, was aber nicht ganz einsichtig ist. Besser ist es, eine übereinstimmende Stellenzahl zu verwenden. Eine Spannung kann z.B. angegeben werden mit $U = 12.43 \text{ Volt} \pm 0.17 \text{ Volt}$.

Eine andere mögliche Darstellung setzt die Ziffernschritte der Messunsicherheit der letzten Stelle in runden Klammern hinter den Messwert (z.B. $U = 1.23 (4) \text{ V}$).

Eine andere, alternative Forderung aus der Messpraxis legt fest, für die Fehlerangaben nur zwei signifikante Stellen zu verwenden und den Messwert mit derselben dezimalen Auflösung anzugeben.

4.3 Darstellung von berechneten Zahlenwerten

Beispiele:

$27,5 * 0,001 = 0,0275$
 $0,008 * 0,005 = 0,0004$
 $143,21 * 0,02 = 0,2864$
 $0,31416 : 3,1416 = 0,1$
 $0,014 : 700 = 0,00002$
 $100 : 0,0001 = 1\ 000\ 000 (= 10^6)$
 $0,01 : 20 = 0,0005$
 $153 : 0,03 = 5100$
 $1 : 250 = 0,004$
 $1 : 0,1 = 10$

Tabellenkalkulationsprogramm

Ist die Zelle in der sie eine solche Berechnung ausführen mit „Standard“ formatiert, dann stellt das Tabellenkalkulationsprogramm berechnete Zahlenwerte genau so dar.

Im Tabellenkalkulationsprogramm können Sie zwischen verschiedenen Darstellungsformen wählen (obere Menü-Leiste „Format“):

Standard: stellt Zahlen „richtig“ dar (wie oben beschrieben)

Zahl: Hier können sie einstellen mit wie vielen Dezimalstellen sie eine Zahl darstellen möchten

Wissenschaft: Stellt eine Zahl in Exponentenschreibweise (Mantisse und Exponent, siehe Kapitel A 2.5). Sie können hier ebenfalls einstellen mit wie vielen Dezimalstellen sie die Mantisse darstellen möchten.