A11. Einfache Modelle und Prognosen

11.1 Was ist ein Modell

Mit einem Modell kann man den Zusammenhang zwischen mehreren Größen berechnen. Das bedeutet dass mit einem Modell auch Vorhersagen (Prognosen) getroffen werden können, weil man für jeden beliebigen Wert die zugehörige Größe berechnen kann.
Einfache Modelle kann man auch als Formel ausdrücken.

z.B.:

Kreisumfang = Durchmesser * π	(Deterministisch = exakt)
Quadratumfang = 4 * Seitenlänge	(Deterministisch)
Gewicht = Masse * Erdanziehung	(Deterministisch)
Volumen = Anzahl Esslöffel * 15ml	(Stochastisch = birgt Unsicherheit)

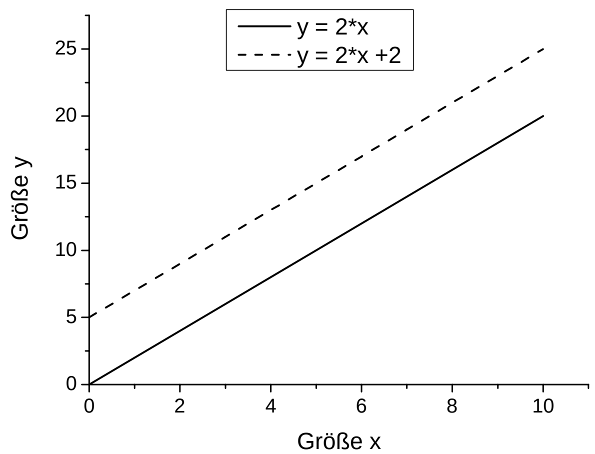
Deterministische Modelle haben keinen Fehler, d.h. exakt. Bei stochastischen Modellen (biologische,…) ist der Fehler bzw. die Ungenauigkeit oft relativ groß!

Sehr einfache Modelle kennt man auch unter dem Begriff „Faustformel" (engl.: rule of thumb): 1 Teelöffel fasst 5 ml.

10.2 Einfache Modelle

Will man ein (biologisches) Modell erstellen, versucht den einfachsten Zusammenhang zu finden:

- Der einfachste Zusammenhang zwischen zwei Größen y und x ist eine einfache konstante (lineare) Beziehung: y = k*x
  Wobei k eine Konstante (Zahl, Umrechnungsfaktor, Naturkonstante,…) ist. Dieses Modell liefert eine Gerade die bei 0 beginnt und konstant ansteigt (siehe Abbildung).
- Das nächst einfache Modell ist eine Gerade die stetig ansteigt, aber nicht durch den Ursprung (0) geht (siehe strichlierte Line in der Abbildung).
- Liefern Geraden kein gutes Modell dann versucht man einfache mathematische Funktionen zu finden welche die Beziehung besser beschreiben, z.B. Quadrat, Wurzel, Logarithmus, Exponentialfunktionen, Sinus, Kosinus,…



Beim Erstellen eines einfachen Modells versucht man eine „Linie"(=Modell) zu finden die möglichst nahe an alle „Messpunkte" herankommt. Der Abstand zwischen der „Linie" zu den „Messpunkten" ist die Güte des Modells. Je kleiner die Abstände (=Fehler) sind, desto besser ist das Modell.

Um das beste Modell zu finden muss man sehr viele „Linien“ ausprobieren bis man jene mit dem kleinsten Fehler gefunden hat.
Solche Versuche erledigt der Computer für uns.

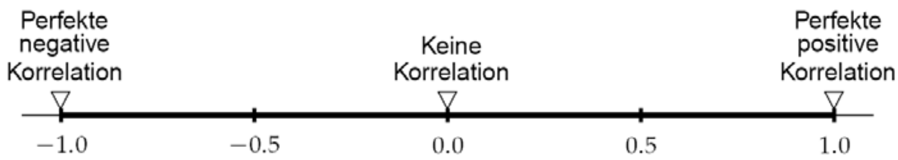
10.3 Abschätzen eines Zusammenhangs

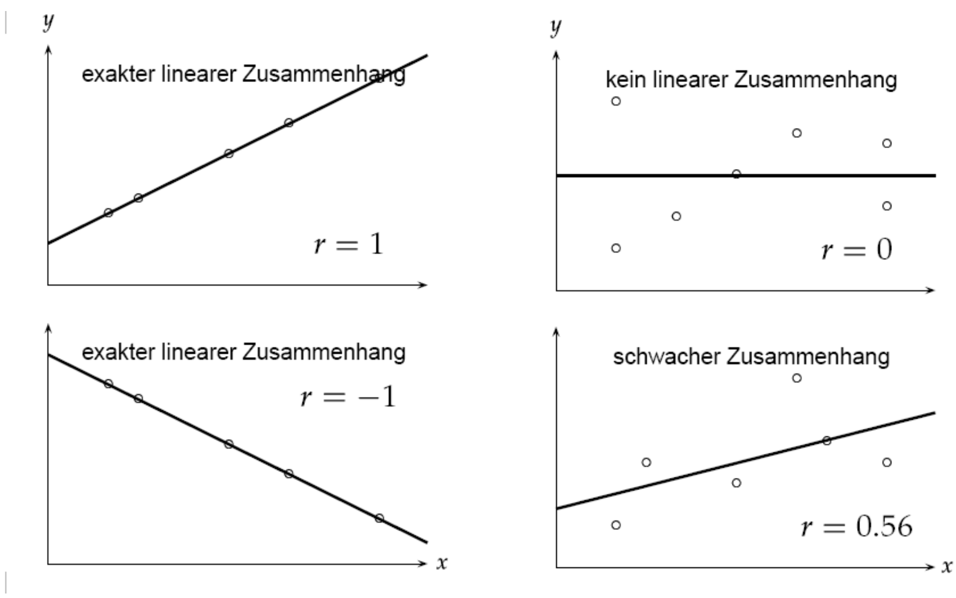
Bevor man versucht ein einfaches Modell für 2 Größen zu erstellen muss man wissen ob überhaupt ein Zusammenhang besteht.

Korrelationskoeffizient
Dazu verwenden wir den so genannten Korrelationskoeffizienten *r*. Dieser gibt an wie gut die (Ko-)Relation zwischen den 2 Größen ist.

$$\boxed{r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum(y_i - \bar{y})^2}}}$$

- Der Korrelationskoeffizient kann nur Werte zwischen -1 und +1 annehmen.
- Ist der Korrelationskoeffizient positiv, d.h. >0, dann nimmt die Größe y mit der Größe x zu.
- Ist der Korrelationskoeffizient negativ, d.h. >0, dann nimmt die Größe y mit der Größe x ab.
- Ist der Korrelationskoeffizient = 0 dann besteht mit Sicherheit kein Zusammenhang.
- Liegen die Werte zwischen +1 und 0 bzw. zwischen -1 und 0 dann besteht der Zusammenhang mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit





Tabellenkalkulationsprogramm:

=KORREL(Werte der Größe x; Werte der Größe y)

Bestimmtheitsmaß

Oft wird auch noch das „Bestimmtheitsmaß“ verwendet.
Das ist nichts anderes als der Korrelationskoeffizient zum Quadrat = r^2.

10.4 Einfaches lineares Modell

Tabellenkalkulationsprogramm:

=RGP(…)
Oder
Regressionsgerade im Diagramm