

A. GRUNDLAGEN

1. Berechnen von Längen, Flächen, Volumen und Dichten

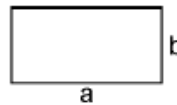
1.1 Umfang und Fläche

Der **Umfang** ist die Summe aller Linien, die die Figur umgeben. Die **Fläche** eines Rechtecks berechnet sich aus dem Produkt: Grundseite mal Höhe, wobei die Höhe senkrecht zur Grundseite steht. Die Fläche eines Dreiecks ist halb so groß, wie ein darüber liegendes Rechteck, deshalb kommt der Faktor $\frac{1}{2}$ dazu, also $\frac{1}{2}$ mal Grundseite mal Höhe. Zur Kreisberechnung benötigt man die Kreiskonstante π , wobei $\pi \approx 3,14$ ist.

Rechteck

$$\text{Umfang: } U = 2a + 2b$$

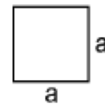
$$\text{Fläche: } A = a \cdot b$$



Sonderfall: Quadrat

$$\text{Umfang: } U = 4a$$

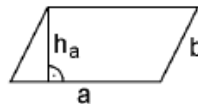
$$\text{Fläche: } A = a^2$$



Parallelogramm

$$\text{Umfang: } U = 2a + 2b$$

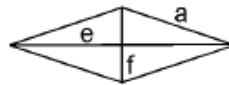
$$\text{Fläche: } A = a \cdot h_a$$



Raute

$$\text{Umfang: } U = 4a$$

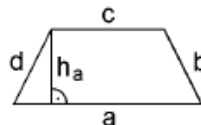
$$\text{Fläche: } A = \frac{e \cdot f}{2}$$



Trapez

$$\text{Umfang: } U = a + b + c + d$$

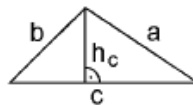
$$\text{Fläche: } A = \frac{a + c}{2} \cdot h_a$$



Dreieck

$$\text{Umfang: } U = a + b + c$$

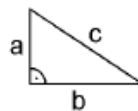
$$\text{Fläche: } A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$



Sonderfall: rechtwinkliges Dreieck

$$\text{Umfang: } U = a + b + c$$

$$\text{Fläche: } A = \frac{a \cdot b}{2}$$



Kreis

$$\text{Umfang: } U = 2 \cdot \pi \cdot r \text{ oder } U = d \cdot \pi$$

$$\text{Fläche: } A = \pi \cdot r^2$$



Kreissegment

$$\frac{A_{\text{Segment}}}{\pi \cdot r^2} = \frac{b}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$



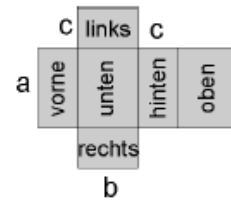
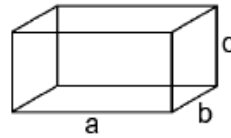
1.2 Oberfläche und Volumen

Die **Oberfläche** ist die Summe aller Flächen des Körpers. Das **Volumen** berechnet sich mit dem Produkt: Grundfläche mal Höhe (die Höhe steht rechtwinklig zur Grundfläche!). Läuft der Körper oben spitz zu, kommt der Faktor $\frac{1}{3}$ dazu, also $\frac{1}{3}$ mal Grundfläche mal Höhe.

Quader

$$\text{Oberfläche: } O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$\text{Volumen: } V = a \cdot b \cdot c$$

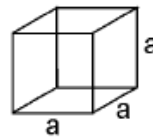


Netz eines Quaders

Sonderfall: Würfel

$$\text{Oberfläche: } O = 6 \cdot a^2$$

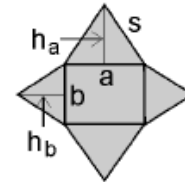
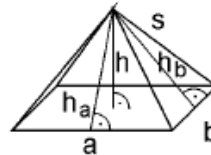
$$\text{Volumen: } V = a^3$$



Pyramide

$$\text{Oberfläche: } O = a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h_a + 2 \cdot b \cdot h_b$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h$$

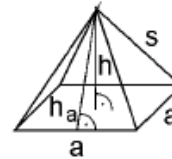


Netz einer Pyramide

Sonderfall: quadratische Pyramide

$$\text{Oberfläche: } O = a^2 + 4 \cdot a \cdot h_a$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

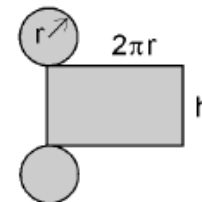
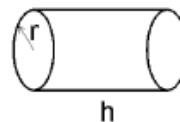


Zylinder

$$\text{Oberfläche: } O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$

$$\text{Volumen: } V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

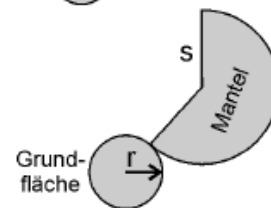
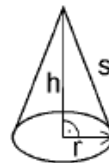


Netz eines Zylinders

Kegel

$$\text{Oberfläche: } O = \pi \cdot r \cdot (r + s)$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Netz eines Kegels

ohne Abbildung:

Kugel

$$\text{Oberfläche: } O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

1.3 Dichte

1.3.1 Definition:

Dichte = Masse / Volumen

1.3.2 Formel / Einheit:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

1.3.3 Beispiele für Dichtemessung von festen Körpern:

Abwiegen und Abmessen: daraus kann das Volumen und im Anschluss die Dichte berechnet werden.

Volumenbestimmung durch Verdrängung: legt man einen Körper in ein völlig mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß so bringt der eingebrachte Körper das Gefäß zum Überlaufen (Volumenverdrängung). Das verdrängte Volumen wird aufgefangen und in einem Messbecher gemessen.

1.3.4 Beispiele für Dichtemessung von Flüssigkeiten:

Pyknometer: Ein Pyknometer ist eine Gefäß mit genau definiertem Volumen, d.h. heißt V ist bekannt. Wiegt man dieses Pyknometer leer (m_{leer}) und gefüllt ab (m_{voll}), dann erhält man aus der Massendifferenz die Masse m der Flüssigkeit
V...bekanntes Volumen

$$m = m_{\text{voll}} - m_{\text{leer}}$$

$$\rho = \frac{m_{\text{voll}} - m_{\text{leer}}}{V}$$

Aerometer: Die Dichtebestimmung mit dem Aerometer basiert auf dem Auftriebsprinzip. Ein Aerometer ist ein Schwimmkörper mit definierter Masse. Je geringer die Dichte einer Flüssigkeit desto tiefer sinkt das Aerometer in der Flüssigkeit. An der Außenseite des Aerometers ist eine Dichteskala angebracht.

Abgelesen wird der Dichtewert am Wasser(Flüssigkeits)spiegel.

1.3.5 Beispiele für Dichtemessung von Gasen

Bestimmung der Dichte eines Gases durch Wiegen in einem Glaskolben mit geeichtem Volumen: Ein Glaskolben (mit geeichtem Volumen) mit zwei Hähnen wird mit einer Ölschieberpumpe evakuiert (Vakuum). Dann wird die Masse der leeren Kugel (m_{leer}) auf einer elektronischen Waage bestimmt. Danach wird die Kugel mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt und die Masse (m_{voll}) der gefüllten Kugel bestimmt.

1.3.6 Dichtewerte für verschiedene Stoffe und Materialien

Dichtewerte

Dichte fester Stoffe

Stoff	Chem. Zeichen	Dichte kg/dm ³
Aluminium	Al	2,7
Blei	Pb	11,3
Eisen	Fe	7,87
Gold	Au	19,3
Kupfer	Cu	8,92
Magnesium	Mg	1,74
Nickel	Ni	8,90
Platin	Pt	21,5
Silber	Ag	10,5
Stahl	—	7,85
Wismut	Bi	9,80
Wolfram	W	19,3
Zink	Zn	7,13
Zinn	Sn	7,30

Dichte von Gebrauchsstoffen

Stoff	Dichte kg/dm ³
Beton (trocken)	1,5 – 2,5
Braunkohle	0,9 – 1,0
Erdreich (trocken)	1,3 – 2,0
Fette	0,9 – 0,95
Glas	2,5 – 3,0
Kalk (gebrannt)	0,9 – 1,3
Kork	0,2 – 0,35
Koks	0,9 – 1,1
Öle	0,75 – 0,95
Papier	0,7 – 1,2
Porzellan	2,3 – 2,5
Wachs	0,95 – 0,98
Wolle	0,1 – 0,3
Ziegel (voll)	1,4 – 1,8

Dichte von Flüssigkeiten

Flüssigkeit	Chem. Formel	Dichte kg/dm ³
Äthylalkohol	C ₂ H ₆ O	0,789
Azeton	C ₃ H ₆ O	0,791
Benzol	C ₆ H ₆	0,879
Diäthyläther	C ₄ H ₁₀ O	0,713
Glyzerin	C ₃ H ₈ O ₃	1,26
Petroleum	—	0,81
Quecksilber	Hg	13,5
Schwefelkohlenstoff	CS ₂	1,263
Wasser	H ₂ O	1,000

Dichte von Gasen (0 °C, 1013 mbar)

Gas	Chem. Formel	Dichte kg/m ³
Ammoniak	NH ₃	0,771
Chlor	Cl ₂	3,22
Helium	He	0,178
Kohlendioxid	CO ₂	1,977
Luft	—	1,293
Methan	CH ₄	0,717
Sauerstoff	O ₂	1,429
Stickstoff	N ₂	1,250
Wasserstoff	H ₂	0,0898

Dichte von Gesteinen

Gestein	Dichte kg/dm ³
Basalt	2,95 – 3,0
Dolomit	2,65 – 2,85
Gneis	2,65 – 2,85
Granit	2,6 – 2,8
Kalkstein	1,7 – 2,6
Lehm	1,6 – 2,1
Sand (trocken)	1,5 – 1,6
Sandstein	2,6 – 2,65

Dichte von Holzarten

Holz	Dichte kg/m ³	
	lufttrocken	grün
Ahorn	675	940
Eiche	860	1075
Esche	775	920
Fichte	470	735
Rotbuche	745	985
Ulme (Rüster)	690	955
Weißbuche	720	1080
Weißtanne	480	1000